

# MJEŠOVITOST NAČINA LOMA KOD SIMETRIČNIH GREDNIH UZORAKA: UTJECAJ DULJINE FPZ

## FRACTURE MODE-MIXITY IN SYMETRICAL BEAM SPECIMENS: FPZ LENGTH INFLUENCE

Josip Kačmarčik <sup>1</sup>  
Pejo Konjatić <sup>2</sup>  
Aleksandar Karač <sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mašinski fakultet u Zenici

<sup>2</sup>Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Sveučilište Josip Juraj Strossmayer

<sup>3</sup>Politehnički fakultet u Zenici

<sup>1,3</sup> Univerzitet u Zenici

### Ključne riječi:

mješoviti način loma, podjela energije loma, pokusi delaminacije, model kohezivne zone, DCB-UBM pokus

### Keywords:

mixed-mode fracture, mixed-mode partitioning, delamination tests, cohesive zone model, DCB-UBM test

### Paper received:

01.07.2016.

### Paper accepted:

08.09.2016.

## 1. UVOD

Mnogi suvremeni materijali se prema svojoj strukturi mogu svrstati u slojevite materijale, kao npr. slojeviti kompoziti. Slojevita struktura materijala se također javlja i kod lijepljenih spojeva. Razdvajanje između slojeva, delaminacija, predstavlja jedan od najznačajnijih mehanizama loma u ovim materijalima i otpornost na delaminaciju je vrlo značajna s aspekta dizajna dijelova od slojevitih materijala.

### Originalni naučni rad

### REZIME

*U radu se istražuje mješoviti način loma u pokusima delaminacije u kojima se koriste simetrični dvostruki konzolni uzorci opterećeni momentom savijanja. Sprovedene su MKE simulacije s primjenom modela kohezivne zone u kojima su razmatrane različite konfiguracije opterećenja pokusa i dvije vrijednosti kritične energije loma, odnosno dvije duljine zone procesa loma. Na osnovu rezultata simulacija je urađena podjela energije loma i određena mješovitost načina loma, tj. proračunati su udjeli načina I i načina II loma u ukupnoj energiji loma. Numerički određene mješovitosti načina loma za različite konfiguracije su uspoređene s rezultatima dobivenim primjenom dvije analitičke teorije podjele energije loma, koje su postavili Williams te Hutchison i Suo. Ostvarena je odlična suglasnost između numeričkih i analitičkih rezultata.*

### Original scientific paper

### SUMMARY

*Mixed-mode fracture in delamination test utilizing double cantilever specimens loaded with bending moments is investigated in the paper. FEM simulations are performed using cohesive zone model where different configurations of test loadings and two critical fracture energy values, ie. two fracture process zone lengths, are considered. Fracture energy partitioning is performed and fracture mode-mixity is determined using simulation results, i.e. mode I and mode II fracture parts in total fracture energy are calculated. The fracture mode-mixities numerically determined for different configurations are compared with results obtained using two analytical fracture energy partitioning theories, according to Williams and to Hutchinson and Suo. An excellent agreement between numerical and the analytical results is observed.*

## 1. INTRODUCTION

Many modern materials can be classified as layered materials based on their structure, e.g. layered composites. The layered structure is also found in adhesive joints. Interlaminar separation, delamination, represents one of the most important failure modes in these materials and delamination resistance is very important from the design aspect of layered materials parts.

Prilikom delaminacije, rast pukotine je ograničen duž ravnine sučelja između slojeva, koja predstavlja kritično mjesto u materijalu. Uslijed nemogućnosti promjene pravca rasta pukotine može doći do pojave mješovitog načina loma, tj. mogu se pojaviti različiti omjeri udjela različitih načina loma u ukupnoj energiji loma i može se dobiti mješovitost načina loma u punom opsegu, od čistog načina I do čistog načina II loma. Kako bi se poznavale točne vrijednosti lomne žilavosti pri dizajnu, potrebno je za određeni materijal poznavati krivulju loma tj. funkcionalnu ovisnost kritične energije loma  $G^C$  o mješovitosti načina loma. Pored toga, razmatranje krivulje loma je značajno i kod samog dizajna i razvoja slojevitih materijala ili ljepljiva za različite vrste spojeva.

Za ispitivanje delaminacije se koriste različiti pokusi s uzorcima u obliku greda koje se delaminacijom razdvajaju na dva kraka [1-5]. U tim pokusima lomna žilavost se mjeri kritičnom brzinom oslobađanja energije deformiranja, poznatom veličinom iz teorije Mehanike loma [6], koja se iz praktičnih razloga često naziva i energija loma. Većina pokusa delaminacije imaju konfiguraciju opterećenja u ravnini i mogu biti s čistim načinom loma I ili načinom loma II, te s njihovom mješavinom. Na osnovu eksperimentalnih rezultata takvih pokusa, tj. uopćeno rezultata mjerenja sile, pomicanja i rasta pukotine, moguće je odrediti samo ukupnu energiju loma. Kako bi se ta eksperimentalno izmjerena kritična energija loma povezala s određenom mješovitosti načina loma neophodno je napraviti podjelu energije loma na udjele od različitih načina loma. U tu se svrhu mogu primijeniti različite analitičke i numeričke metode, koje u određenim slučajevima mogu dati vrlo različite rezultate [7-13].

Dva pionirska analitička rješenja za podjelu energije loma u pokusima delaminacije, prema Williamsu [14] i Hutchinson i Suu [15], izazivala su veliko interesiranje u znanstvenoj zajednici u posljednjih 30-tak godina za ovu problematiku. Naime, ova dva rješenja daju različite rezultate za pokuse delaminacije s asimetričnim geometrijama uzoraka, što je izazvalo daljnja istraživanja i predlaganje brojnih drugih rješenja.

During delamination, a crack propagation is limited to the interface plane between layers, which represents a critical spot in a material. Due to inability of alteration of a crack propagation direction, mixed mode fracture can occur, i.e. different ratios of different fracture modes can be present in the total fracture energy and a fracture mode-mixity can be observed in a full range, from the pure mode I to the pure mode II fracture. In order to know exact fracture toughness values in a design, it is required to determine a failure locus for a specific material, i.e. a functional dependency of critical energy fracture  $G^C$  upon fracture mode-mixity. Moreover, the failure locus consideration is also important in a design and development of layered materials or adhesives for different types of joints.

Different tests utilizing beam specimen separating in two arms are used for delamination testing [1-5]. In these tests, fracture toughness is measured with strain energy release rate, a known concept from Fracture mechanics [6], which is also often called fracture energy for practical reasons. Most of the delamination tests have in plane load configuration and can be with pure mode I fracture or mode II fracture and with their mix. From experimental results of these tests, i.e. generally from results of force, displacement and crack growth measurement, it is possible to determine only the total fracture energy. In order to relate the experimentally measured critical fracture energy with the specific fracture mode-mixity it is necessary to partition a fracture energy to parts from different fracture modes. For this purpose, different analytical and numerical methods can be used, which can in specific cases give very different results [7-13].

Two pioneering analytical solutions for fracture energy partitioning in delamination tests, after Williams [14] and Hutchinson and Suo [15], caused a great interest in scientific community in the last 30 years. More specifically, these two solutions give different results for delamination tests with asymmetric specimen geometries, thus initiating further research and proposals of numerous other solutions.

Nedavno predloženo rješenje od Conroya i dr., nazvano SACA (polu-analitička kohezivna analiza; eng. *semi-analytical cohesive analysis*) [13, 16], u kome se, za razliku od dva pionirska rješenja, uzimaju u obzir i svojstva materijala uzorka i svojstva sučelja između slojeva definiranog modelom kohezivne zone, obećava, i čini se kako bi moglo biti rješenje ovog problema. Svojstva materijala uzorka i kohezivne zone se razmatraju preko njihovog utjecaja na duljinu zona procesa loma (eng. *fracture process zone*, FPZ), na osnovu jedinstvene ovisnosti mješovitosti načina loma o duljini FPZ pokazanoj u nedavnim istraživanjima ove problematike [7-13]. Pošto pokusi s asimetričnim uzorcima nisu tema ovog rada, SACA rješenje se ovdje neće detaljnije razmatrati.

U ovom radu se razmatraju pokusi delaminacije sa simetričnom geometrijom uzoraka (jednake debljine krakova), za koje se dva prethodno spomenuta pionirska rješenja slažu. Primjenom pionirskih analitičkih rješenja se dobije mješovitost načina loma neovisna o svojstvima materijala uzorka i sučelja spoja između slojeva, tj. krivulja loma ovisna samo o konfiguraciji opterećenja. Cilj ovog rada je utvrditi ovu ovisnost numerički, primjenom modela kohezivne zone (CZM; eng. *Cohesive zone model*) u simulacijama loma (delaminacije) metodom konačnih elemenata. Za istraživanje je korišten komercijalni softver ABAQUS [17].

## 2 OPIS PROBLEMA I MKE MODEL

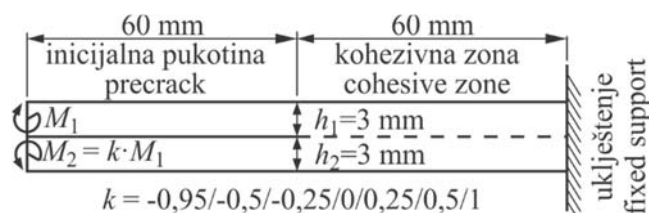
Na slici 1 je prikazana konfiguracija pokusa delaminacije koja je istraživana u radu, koja odgovara DCB-UBM pokusu (dvostuki konzolni uzorak opterećen nejednakim momentima savijanja) [18]. Radi se o simetričnom DCB uzorku, s inicijalnom pukotinom od jedne polovine ukupne duljine uzorka, kome su krakovi opterećeni momentom savijanja u različitim omjerima.

Recently suggested solution by Conroy et al., named SACA (semi-analytical cohesive analysis) [13, 16], in which, opposite to two pioneering solutions, properties of a specimen material and properties of an interface between layers defined with cohesive zone model are taken into account, is promising, and it seems that it could be the solution of this problem. Properties of a specimen material and a cohesive zone are considered by their influence on a fracture process zone (FPZ) length, based on a unique dependence of fracture mode-mixity on FPZ length, showed in the recent research of this subject [7-13]. Because the tests with asymmetrical specimens are not subject of this paper, SACA solution will not be considered here in greater detail.

In this work delamination tests with the symmetrical specimen geometry (equal arm thickness) are considered, for which two aforementioned pioneering solutions agree. Fracture mode-mixity independent on properties of a specimen material and on interface between layers, i.e. a failure locus dependent only on a loading configuration, is obtained by using pioneering analytical solutions. The aim of this paper is to determine numerically this dependence, utilizing cohesive zone model (CZM) in FEM fracture (delamination) simulations. Commercial software ABAQUS is used in the research [17].

## 2 PROBLEM DESCRIPTION AND FEM MODEL

Fig. 1 shows the configuration of the delamination test investigated in the work, matching the DCB-UBM test (double cantilever beam specimen loaded with uneven bending moments) [18]. It is a symmetrical DCB specimen, with a pre-crack in the half of a specimen length, having its arms loaded with bending moments in various ratios.



**Slika 1.** Konfiguracija pokusa delaminacije  
**Figure 1.** Delamination test configuration

Sedam različitih vrijednosti omjera opterećenja krakova (slika 1) je razmatrano u rasponu:

$$k = -0,95 \div 1,00 \quad (1)$$

Omjer -0,95 (umjesto -1) za slučaj istog smjera momenata odabran je kako bi se izbjegao dodir površina inicijalne pukotine i potrebe za definiranjem kontakta površina u numeričkim simulacijama i dodatnim utjecajima koje bi parametri kontakta mogli unijeti u rezultate.

MKE model DCB uzorka je napravljen iz dva zasebna dijela (grede), s koincidentnim čvorovima koji su povezani kohezivnim elementima nulte debljine na polovini duljine modela (isprekidana linija), dok su u drugoj polovini nepovezani i predstavljaju inicijalnu pukotinu. Na površinama inicijalne pukotine površinski kontakt nije numerički modeliran, jer se one odmah po početku pokusa rastave. Grede su modelirane s ABAQUS CPE4 (linearnim elementima s četiri čvora za ravninsko stanje deformacija), a kohezivna zona s COH2D4 elementima (kohezivnim elementima s 4 čvora). Materijal grede je linearno elastičan, izotropan, s modulom elastičnosti od 50 GPa i Poissonovim omjerom 0,38.

Širenje pukotine, tj. lom, je modeliran primjenom modela kohezivne zone, gdje je model materijala definiran zakonom naprezanje-razdvajanje kojim se opisuje cijeli proces loma. Naprezanje se odnosi na veličinu sile po jedinici kohezivne površine, a razdvajanje na relativno pomicanje između dvije povezane točke u kohezivnoj zoni. Naprezanje i razdvajanje su podijeljeni u komponente u normalnom i tangentskom pravcu. Korišten je bilinearni kohezivni zakon s početnim linearno-elastičnim ponašanjem i linearnim razvojem oštećenja definiranim pomoću energije loma [19, 20].

Početno linearno-elastično ponašanje CZM je definirano s nespregnutom matricom krutosti, s proizvoljno velikom vrijednošću krutosti  $K_{nn} = K_{ss} = 10^{15}$  Pa, jednakom za oba pravca. Inicijacija oštećenja je definirana putem kvadratnog kriterija nominalnih naprezanja:

$$\left(\frac{t_n}{t_n^o}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^o}\right)^2 = 1, \quad (2)$$

s jednakim vrijednostima za kritičnih naprezanja u oba pravca  $t_n^o = t_s^o = t^o$ .

Seven different arm loading ratios (Fig. 1) are considered in the range:

$$k = -0,95 \div 1,00 \quad (1)$$

Ratio -0,95 (instead of -1) for the case of the same moment direction is chosen to avoid contact between precrack surfaces and necessity to define the contact procedure in numerical simulations and potential additional influences on simulation results from contact parameters.

The FEM model is made from two separate parts (beams) with coincident nodes connected along a half of the length (dashed line) with zero-thickness cohesive elements (having nominal thickness equal to 1). Other half of beams have unconnected coincident nodes, representing precrack. Surface contact on pre-crack surfaces is not numerically modelled since they are separated immediately after the test initiation. ABAQUS CPE4 (4-node bilinear plane strain quadrilateral) elements are used for modelling beams and COH2D4 (4-node two-dimensional cohesive) elements for modelling cohesive zone. The beam material is linear elastic, isotropic with the modulus of elasticity 50GPa and Poisson's ratio 0,38.

Crack propagation, i.e. fracture, is modelled using cohesive zone model, where material model is defined with a traction-separation law describing the entire fracture process. The traction refers to the force intensity divided by cohesive surface area, and the separation refers to the relative displacement between two connected points in cohesive zone. The traction and the separation have components in normal and tangential direction. A bilinear cohesive law is used with initial linear-elastic behaviour and linear damage evolution defined by fracture energy [19, 20].

The initial CZM linear-elastic behaviour is defined with uncoupled elasticity matrix, with arbitrary high set value of stiffness  $K_{nn} = K_{ss} = 10^{15}$  Pa, equal in both directions. Element damage initiation is defined using the quadratic nominal stress criterion:

$$\left(\frac{t_n}{t_n^o}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^o}\right)^2 = 1, \quad (2)$$

with equal critical stress values in both directions  $t_n^o = t_s^o = t^o$ .

Ukupna energija loma pri mješovitom načinu loma je definirana putem linearnog zakona:

$$\left(\frac{G_I}{G_I^C}\right) + \left(\frac{G_{II}}{G_{II}^C}\right) = 1, \quad (3)$$

s jednakim kritičnim energijama za oba pravca (načina loma)  $G_I^C = G_{II}^C = G^C$ .

U istraživanju je uporabljena vrijednost interlaminarne čvrstoće od  $t^0 = 45$  MPa i dvije vrijednosti kritične energije loma od  $G^C = 200 / 3000 \frac{\text{J}}{\text{m}^2}$ . Iako se na taj način

razmatraju samo dvije kombinacije svojstava CZM za različite konfiguracije opterećenja (slika 1), smatralo se kako bi se drugim kombinacijama svojstava dobili ili bliski ili rezultati između rezultata dobivenih s ove dvije kombinacije. Ova pretpostavka je utemeljena na rezultatima prethodnih istraživanja autora [8, 9], u kojim je istraživana konfiguracija pokusa s opterećenjem momentom samo jednog kraka uzorka, uz razmatranje više različitih kombinacija svojstava CZM, te i asimetrične geometrije uzorka, pored simetrične. Rezultati za simetričnu konfiguraciju (konfiguracija sa  $k = 0$ , slika 1) su pokazali zanemarivu ovisnost mješovitosti načina loma o svojstvima CZM (duljini FPZ), te su u ovom radu iz praktičnih razloga za istraživanje odabrane samo dvije gore navede kombinacije svojstava CZM s kojim će se ostvariti i dvije ekstremne duljine FPZ.

Kako bi se ostvario traženi odnos opterećenja momentom gornje i donje grede simulacije su izvođene u dva koraka. U prvom koraku uzorak je bio opterećen momentima u odgovarajućim omjerima koji bi doveli do stanja neposredno prije početka rasta pukotine, a u drugom koraku rast pukotine ostvarivan je rotacijom krajeva krakova grede koji su numerički modelirani kao kruta tijela (krajnja linija čvorova). Odgovarajući omjer kutova rotacije je određivan iterativno, ponavljanjem simulacija dok zadani omjer kutova rotacije ne bi ostvario i traženi omjer momenata savijanja uz prihvatljivu grešku. Opterećenje momentom savijanja je praćeno putem registracije reaktivnog momenta u čvorovima gdje je zadavana rotacija.

Total fracture energy in mixed-mode fracture is defined by a linear law:

$$\left(\frac{G_I}{G_I^C}\right) + \left(\frac{G_{II}}{G_{II}^C}\right) = 1, \quad (3)$$

with equal critical energies in both directions (fracture modes)  $G_I^C = G_{II}^C = G^C$ .

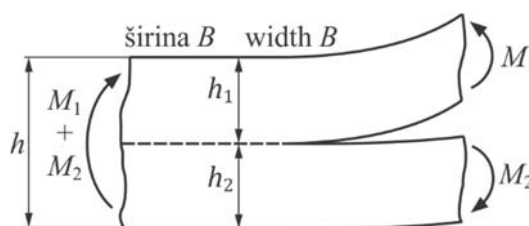
The value  $t^0 = 45$  MPa for interlaminar strength and the two values  $G^C = 200 / 3000 \frac{\text{J}}{\text{m}^2}$  for

critical fracture energy are used in the research. Although in this way only the two combinations of CZM properties are considered for various load configurations (Fig. 1), it is believed that other combinations would produce close results or results between those from the two combinations. This assumption is based on the results from the previous research of authors [8, 9], where the test configuration with moment loading on a single specimen arm is investigated, with consideration of various CZM parameter combinations on both asymmetrical and symmetrical specimen geometries. The results for the symmetrical configuration (configuration with  $k = 0$ , Fig. 1) showed a negligible dependence of fracture mode-mixity on CZM properties (FPZ length), and for the practical reasons only two aforementioned CZM parameter combinations are chosen here for investigation, thus providing two extreme FPZ lengths.

In order to achieve a required ratio of the upper and lower beam moment loading simulations are conducted in two steps. In the first step specimen is loaded with moments in a required ratio with an intensity enough to induce the onset of preceding crack growth initiation, and in the second step crack growth is induced by rotation of beam arm ends modelled as rigid bodies (end line of nodes). An appropriate ratio of rotation angles is determined iteratively, repeating simulations until the set rotation angle ratio also generates a required moment loading ratio with an acceptable error. The bending moment loadings are monitored by registering reaction moments in the nodes where rotation is applied.

### 3 ANALITIČKA PODJELA ENERGIJE LOMA

U ovom radu se razmatraju dvije pionirske, suprotstavljene teorije podjele energije loma u pokusima delaminacije – rješenja prema Williamsu [14] i prema Hutchinsonu i Suu [15], poznate i kao globalno i lokalno rješenje u kasnijim znanstvenim diskusijama. U oba rada je razmatran problem delaminacije u homogeno izotropnoj gredi, debljine  $h$ , širine  $B$ , s međulamelnom pukotinom na udaljenostima  $h_1$  i  $h_2$  od gornje i donje površine, slika 2.



**Slika 2.** Delaminacija razmatrana u analitičkim teorijama [14] i [15]  
**Figure 2.** Delamination considered in analytical theories [14] and [15]

Raspodjela energije loma u rješenju Williamsa napravljena je usvajanjem sljedećih (globalnih) uvjeta za deformacije i opterećenja prilikom načina I i načina II loma:

- čisti način II loma dobije se ako nema normalnog razdvajanja između dva kraka, tj. ako im se elastične linije podudaraju,
- čisti način I loma dobije se ako su momenti koji djeluju na dva kraka jednaki i suprotnih smjerova. Podjela energije u rješenju Hutchinsona i Sua učinjena je preko faktora intenziteta naprezanja (lokalno), izvedenih uz određena pojednostavljena (linearnost i dimenzionalnost, prema navodima autora).

Kao što je već rečeno, primjenom ovih rješenja za asimetričnu geometriju delaminacije ( $h_1 \neq h_2$ ) dobiju se različiti rezultati podjele energije. Međutim, za simetrične geometrije ( $h_1 = h_2$ ) oba rješenja daju jednake rezultate, i može se izvesti izraz za mješovitost načina loma u obliku:

$$\frac{G_I}{G} = \frac{4(1+k)^2}{7+k(2+7k)}, \quad (4)$$

u kome je mješovitost načina loma izražena omjerom energije vezane za način I loma u ukupnoj energiji loma.

### 3 ANALYTICAL FRACTURE ENERGY PARTITIONING

In this paper, two pioneering, confronting, fracture energy partitioning theories for delamination tests are considered – solutions by Williams [14] and by Hutchinson and Suo [15], known also as global and local solutions in later scientific discussions. In both solutions the case of delamination in homogenous isotropic beam, with height  $h$  and width  $B$ , containing an interlaminar crack at distances  $h_1$  and  $h_2$  from the top and bottom surface is considered, Fig. 2.

Fracture energy partitioning in the Williams solution is done by assuming following (global) deformation and loading conditions for mode I and mode II fracture:

- pure mode I fracture is obtained if there is no normal separation between two arms, i.e. there elastic lines are coincidental,
- pure mode II fracture is obtained if moments acting on two arms are equal and opposite. Fracture energy partitioning in the Hutchinson and Suo solution is done using stress intensity factors (local), obtained with specific simplifications (linearity and dimensionality, according to authors).

As already mentioned, employing these solutions for asymmetrical delamination geometries ( $h_1 \neq h_2$ ) different energy partitioning results are obtained. However, for symmetrical geometries both solutions give equal results, and the expression for the fracture mode-mixity can be obtained as:

$$\frac{G_I}{G} = \frac{4(1+k)^2}{7+k(2+7k)}, \quad (4)$$

where the fracture mode-mixity is given with the ratio of mode I fracture energy to the total fracture energy.

Treba uočiti da u jednadžbi (4) mješovitost način loma ovisi samo o  $k$ , odnosno omjeru intenziteta momenata savijanja koji opterećuju uzorak. Mješovitost načina loma prema jednadžbi (4) ne ovisi o svojstvima kohezivne zone niti o materijalu uzorka, što je i cilj ispitati.

#### 4 NUMERIČKA PODJELA ENERGIJE LOMA

Iako su energije vezane za način I i način II loma uključene u Abaqus jednadžbe njih nije moguće dobiti kao izlazne vrijednosti MKE analize. Zbog toga se raspodjela energije loma mora raditi numeričkim proračunom pomoću izlaznih vrijednosti naprezanja i razdvajanja. U tu svrhu se mogu primijeniti globalni [10, 21] i lokalni pristup [20, 22], koji se razlikuju u veličini kohezivne zone uključene u proračun. Kako su prethodna istraživanja pokazala da oba pristupa daju suglasne rezultate [7, 9, 12], ovdje je korišten samo globalni pristup, zasnovan na proračunu  $J$ -integrala [23].

$J$ -integral oko pukotine se svodi na kohezivnu zonu, pa se energija vezana za način I i način II loma može odrediti pomoću izraza :

$$G_I = \int_0^l \sigma \frac{\partial \delta_n}{\partial x} dx \quad , \quad G_{II} = \int_0^l \tau \frac{\partial \delta_s}{\partial x} dx \quad , \quad (5)$$

gdje je  $l$  duljina kohezivne zone u proračunu,  $\delta_n$  i  $\delta_s$  su normalno i tangentno razdvajanje, a  $\sigma$  i  $\tau$  su normalna i tangentna naprezanja u kohezivnim elementima. Osa  $x$  ima pravac i smjer rasta pukotine.

#### 4 USPOREDBA NUMERIČKIH I ANALITIČKIH REZULTATA

Rezultati mješovitosti načina loma dobiveni integracijom prema jednadžbi (5), koristeći rezultate numeričkih simulacija opisanih u poglavlju 2, su uspoređeni s analitičkom krivuljom, jednadžba (4), prema rješenjima Williamsa i Hutchinsona i Sua. Usporedba je prikazana na slici 3, gdje je omjer  $G_I/G$  uporabljen za definiranje mješovitosti načina loma. Usporedba pokazuje mala odstupanja između analitičkih i numeričkih rezultata, te između numeričkih rezultata dobivenih s dvije različite energije loma s kojima su ostvarene dvije različite duljine FPZ (tablica 1).

It should be noted that in Eq. (4) fracture mode-mixity is depended only on  $k$ , ie. ratio of moment intensities acting on a specimen. According to Eq. (4), fracture mode-mixity is not dependent on cohesive zone nor material properties, and the goal is to investigate it.

#### 4 NUMERICAL FRACTURE ENERGY PARTITIONING

Although mode I and mode II fracture energy partitions are included into Abaqus equations, they are not available as FEM analysis outputs. Therefore fracture energy partitioning must be performed numerically, using outputs for tractions and separations. For this purpose global [10, 21] and local approach [20, 22] can be implemented, which differ in the size of a cohesive zone included in the calculations. Since previous research showed that both approaches give agreeable results [7, 9, 12], only the global approach is used here, which is based on calculation of  $J$ -integral [23].

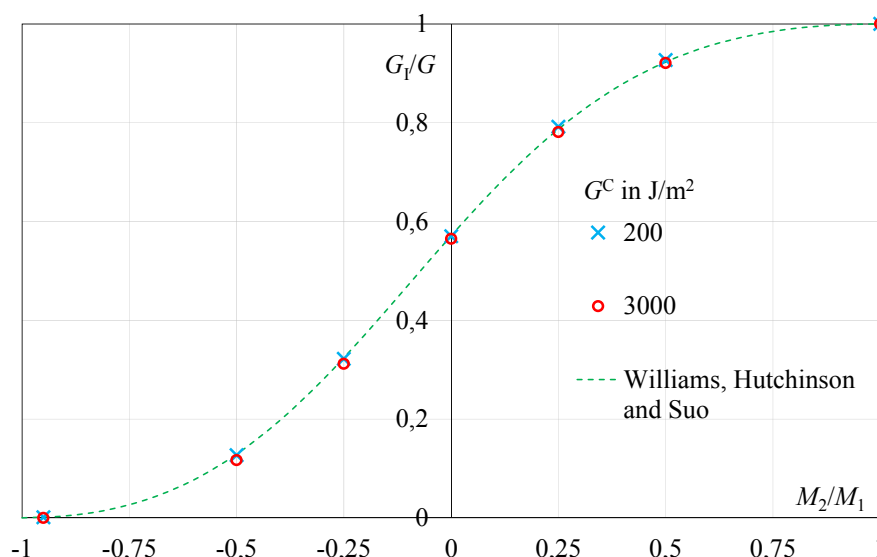
The  $J$ -integral around a crack is reduced to a cohesive zone and energies related to mode I and mode II fracture can be calculated with expressions:

$$G_I = \int_0^l \sigma \frac{\partial \delta_n}{\partial x} dx \quad , \quad G_{II} = \int_0^l \tau \frac{\partial \delta_s}{\partial x} dx \quad , \quad (5)$$

where  $l$  is the length of integrated cohesive zone,  $\delta_n$  and  $\delta_s$  are normal and tangential separations, and  $\sigma$  and  $\tau$  normal and shear stresses in cohesive elements. Axis  $x$  also coincides with a crack propagation direction.

#### 4 COMPARISON OF NUMERICAL AND ANALYTICAL RESULTS

Results of fracture mode-mixity obtained from integration with Eq. (5), using the FEM simulations described in Chapter 2, are compared with the analytical curve, Eq. (4), according to Williams and Hutchinson and Suo solutions. Fig. 3 shows the comparison, where  $G_I/G$  ratio is used for fracture mode-mixity definition. Small deviations between numerical and analytical results, and also between numerical results obtained with two different fracture energies, providing two different FPZ lengths (Tab. 1), are observed.



**Slika 3.** Usporedba numeričkih i analitičkih rezultata  
**Figure 3.** Comparison of numerical and analytical results

**Tablica 1.** Duljine FPZ zabilježene u MKE simulacijama

**Table 1.** FPZ lengths registered in FEM simulations

Moments ratio Omjer momenata $k$	FPZ lengths for different critical fracture energies / mm Duljine FPZ za različite kritične energije loma / mm	
	$G^C=200$ J/m <sup>2</sup>	$G^C=3000$ J/m <sup>2</sup>
-0,95	2,4	11,8
-0,5	2,2	10,6
-0,25	2	9,2
0	2	8,8
0,25	1,8	6,4
0,5	1,8	5,4
1	1,6	5

## 5 ZAKLJUČAK

Provedeno numeričko istraživanje je pokazalo vrlo malu ovisnost mješovitosti načina loma o duljini FPZ za slučaj delaminacije simetričnog grednog uzorka. Numerički rezultati se odlično slažu s dvije pionirske analitičke teorije podjele energije, prema Williamsu i prema Hutchinson i Suo, čime je potvrđena primjenljivost ovih teorija kod pokusa delaminacije sa simetričnim grednim uzorcima.

## 5 CONCLUSIONS

The conducted numerical investigation showed very small dependence of fracture mode-mixity on a FPZ length for the case of delamination of symmetrical beam specimen. Numerical results are in excellent agreement with the pioneering analytical theories, according to Williams and Hutchinson and Suo, confirming the applicability of the theories for delamination tests with symmetrical specimens.

## 6 LITERATURA – REFERENCES

- [1] Davies P., Blackman B., Brunner A.: *Standard test methods for delamination resistance of composite materials: current status*, Applied Composite Materials, 5:345-64, 1998.
- [2] Harvey C. M.: *Mixed-mode partition theories for one-dimensional fracture*, PhD Thesis, Loughborough University, 2012.
- [3] Moore D. R., Williams J. G., Pavan A.: *Fracture mechanics testing methods for polymers, adhesives and composites*, Elsevier, 2001.
- [4] Mohan J. D.: *An investigation of composite-to-composite bonding*, PhD Thesis, University College Dublin, 2010.



- [5] Álvarez D., Blackman B. R. K., Guild J., Kinloch A. J., Taylor A. C., Osiyemi S.: *Mixed-Mode Fracture in Adhesively-Bonded Joints*, 36th Annual Meeting of The Adhesion Society, Hilton Daytona Beach, Daltona, USA, 2013.
- [6] Anderson T. L.: *FRACTURE MECHANICS: Fundamentals and Applications*, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2005.
- [7] Kačmarčik J., Karač A.: *Global and Local Partitioning of Energy Release Rates in FEM Simulation of FRMM Test Using Cohesive Zone*, 10 th Scientific/Research Symposium with International Participation „Metallic and Nonmetallic Materials“, Bugojno, B&H, 2014.
- [8] Kačmarčik J., Karač A.: *Mode-Mixity in Numerical Simulation of FRMM Test: Local Partitioning using Cohesive Zone*, 18th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology", TMT 2014, Budapest, Hungary, 2014.
- [9] Kačmarčik J., Konjatić P., Karač A.: *Investigation of the mixed-mode fracture in delamination tests: numerical simulations using cohesive zone and partitioning methods*, Tehnicki vjesnik/Technical Gazette, 22, 2015.
- [10] Conroy M., Ivankovic A., Karač A., Williams J.: *Mode-Mixity In Beam-Like Geometries: Global Partitioning with Cohesive Zones*, 36th Annual Meeting of The Adhesion Society, Hilton Daytona Beach, Daltona, USA, 2013.
- [11] Conroy M., Sørensen B. F., Ivankovic A.: *Combined Numerical and Experimental Investigation of Mode-Mixity in Beam Like Geometries*, 37th Annual Meeting of The Adhesion Society, 2014.
- [12] [Kačmarčik J.: *Numeričko istraživanje mješovitog načina loma u pokusima delaminacije uporabom modela kohezivne zone*, Doktorska disertacija, Strojarski fakultet u Slavanskom Brodu, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2016.
- [13] Conroy M.: *Mixed Mode Fracture in Fibre Reinforced Polymer Composites*, PhD Thesis, UCD Dublin, 2016.
- [14] Williams J.: *On the calculation of energy release rates for cracked laminates*, International Journal of Fracture, 36:101-19, 1988.
- [15] Hutchinson J. W., Suo Z.: *Mixed mode cracking in layered materials*, Advances in applied mechanics, 29:191, 1992.
- [16] Conroy M., Kinloch A. J., Williams J. G., Ivankovic A.: *Mixed mode partitioning of beam-like geometries: A damage dependent solution*, Engineering Fracture Mechanics, 2015.
- [17] *Abaqus Unified FEA (v. 6.14)*. 6.10 ed. Providence, Rhode Island, USA: Dassault Systems Simulia Corp; 2014.
- [18] Sørensen B., Jørgensen K., Jacobsen T., Østergaard R.: *DCB-specimen loaded with uneven bending moments*, International Journal of Fracture, 141:163-76, 2006.
- [19] *Abaqus. Abaqus Analysis User's Guide (v. 6.14)*, DassaultSystèmes, 2014.
- [20] Camanho P. P., Dávila C. G.: *Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials*, NASA-Technical paper, 211737:33, 2002.
- [21] Sarrado C., Turon A., Renart J., Urresti I.: *Assessment of energy dissipation during mixed-mode delamination growth using cohesive zone models*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 43:2128-36, 2012.
- [22] Yang Q., Thouless M. D.: *Mixed-mode fracture analyses of plastically-deforming adhesive joints*, International Journal of Fracture, 110:175-87, 2001.
- [23] Rice J. R.: *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks*, Journal of applied mechanics, 35:379-86, 1968.

**Corresponding author:**  
**Josip Kačmarčik**  
**University of Zenica**  
**Mechanical Engineering Faculty**  
**Email: kjosip@mf.unze.ba**  
**Phone: +387 32 449 120**